コミュニケーション・ネットワークにおける定常分布ベクトルと固有値解

著者名(日)	鄭 年皓, 金子 勝一
雑誌名	山梨学院大学経営情報学論集
巻	15
ページ	39-47
発行年	2009-02-08
URL	http://id.nii.ac.jp/1188/00000281/

コミュニケーション・ネットワークにおける定常分布ベクトルと固有値解

鄭　　年 皓・金 子 勝 一

1．はじめに

組織の意思決定において、それを構成するメンバー間のコミュニケーションの果たす役割は大きい。これは、組織内部の問題のみならず、組織間の問題でも同様であろう。このように組織内外のコミュニケーションをとらえる際、注目すべき存在として「ゲートキーパー」（gatekeeper）を指摘することができる。

ゲートキーパーとは、一般に①組織における情報の流れの結節点となり、②情報の「不確実性」を吸収し、③その解釈に関する決定権を持つメンバーである（山下［1］）。

一方、筆者ら［2］は、このような組織におけるコミュニケーションの問題に注目し、その中心的役割を果たす「ゲートキーパー」（gatekeeper）の満たすべき条件の定式化を試みている。すなわち、山下［3］のコミュニケーション・ネットワーク（communication network）の定義を出発点にし、「ゲートキーパー」の満たす条件を対外部条件と対内部条件に分類してとらえているのである。

まず、対外部条件に関しては、「ゲートキーパー」が、組織外部との情報の流れの結節点となることをふまえ、グラフ理論（graph theory）におけるブリッジ（bridge）の両端の切断点に相当する組織のメンバーであるという視点を提示している。

次に、対内部条件に関しては、最も多くの情報が集まりその情報を他のメンバーに伝達する情報中継者としての「ゲートキーパー」の特性をふまえ、同時に情報理論とマルコフ連鎖（Markov Chain）に基づき、定常分布ベクトルの要素が最大になる組織のメンバーが対内部条件を満たすゲートキーパーの条件になることを示唆している。これにより、ゲートキーパーの特性と定義に関して、定量的アプローチの基準を設定しているのである。

しかしながら、筆者ら［2］の研究は、ゲートキーパーの特性を満足するための定量的基準を提示しているものの、特に、対内部条件を満足するための定常分布ベクトル（normal distribution vector）の解の存在を保証することではないため、厳密な定量的概念の構築や、精緻な議論の展開には限界を有する。

そこで、本研究では、対内部条件を満足する定常分布ベクトルの解が存在するための条件、すなわち固有値（eigen value）λ が１という解を持つことの保証問題（存在の証明）と、主要解としての位置付けを明らかにすることにより、新たに上記の定量的概念を構築する際の厳密なアプローチを提示していくことにする。これにより、従来は定性的記述のみであったゲートキーパーの特性に関して、定量的な基準を提示し、その構築を支える厳密な数理的基盤を提示するという、新たな研究アプローチの可能性を切り開くことを試みる。

2．システムとネットワーク

まず、「ネットワーク」の性格を論じる前に、山下［4］に従って、システム$\boldsymbol{S}$とネットワーク$\boldsymbol{N}$の関係について整理しておくことにする。

システムとは、岩波国語辞典［5］によれば「多くの物事や一連の働きを秩序立てた全

体的なまとまり。体系。もっと狭くは、組織や制度」とされる。また、高津［6］は、「対象が、複数の要素（element）からなり、要素間に何等かの意味で一定の関係（相互関係；interaction）があり、全体として何等かの秩序性を有するとき、これをシステムと呼ぶ」としている。これは、システムを相互に作用する要素の複合体と考えるBertalanffy［7］の立場と基本的に一致する。

以上のことをふまえると、システムには「要素」と「全体」があり、システムをとらえる際の中心的視点が「要素」と「全体」にあることがわかる。山下［4］は、このような考え方に基づき、システム$\boldsymbol{S}$は「有機的に結びついた複数の要素e_i（$i=1, 2, \cdots, n$）の複合体であり、その複合体は「全体」としてある特有の機能p_j（$j=1, 2, \cdots, m$）を発揮する」という観点から、これを次のように定義している。

$$\boldsymbol{S}=\{E\ ;\ P\} \tag{1}$$

ただし、　$\boldsymbol{E}=\{e_i\}$　$\boldsymbol{P}=\{p_i\}$　(2)

この定義をふまえると、個（要素e_i）を持ち、個と個の関係（枝）により全体としてある特有の機能p_iを発揮するネットワーク$\boldsymbol{N}$は、明らかに$\boldsymbol{S}$に包含され、$\boldsymbol{S}$の特別な場合であることがわかる。それでは、ネットワークNはどのように特別なのであろうか。

この問題を統一的に論じることは容易でない。なぜなら、「ネットワーク」なる概念が多義的であり、それぞれの領域によって異なった意味で使用されているからである。現在の企業にとって「ネットワーク」は、多くの意味で重要なキーワードとなっているのではないかと思われる。それは、組織（ネットワーク型組織）やICT（情報ネットワーク，インターネット，WWW）、さらには提携（企業間ネットワーク，WWWアライアンス［8］，［9］）等、企業活動の様々な側面に表れている。

こうした「ネットワーク」の多義性に対して、これまで大きく２つのアプローチにより研究が進められてきたように思われる。その一つは、情報理論・グラフ理論・確率過程論等に代表される数理的・統計的アプローチであり、これを「ネットワークの持つシステムとしての形式要件を連結性や確率によって記述する」という意味で「形式論的アプローチ」としての位置付けである［10］。もう一つは、自律・分散・柔軟・多様・接続等、経営学や組織論に代表されるような、ネットワークの持つ意味に注目したアプローチであり、これは「意味論的アプローチ」として位置付けられる。

3．ゲートキーパーの役割と特性

組織の意思決定が行われる際、それを構成するメンバー間の（情報に基づく）コミュニケーションの果たす役割は多大である。これは、組織内部の問題のみならず、組織間の問題でも同様であろう。このように組織内外のコミュニケーションをとらえる際、それを能動的に担当する組織のメンバーとして「ゲートキーパー」（gatekeeper）があげられる。

ゲートキーパーとは、一般に①組織における情報の流れの結節点となり、②情報の「不確実性」を吸収し、③その解釈に関する決定権を持つメンバーである（山下［1］）。

すなわち、①の情報の流れの結節点となることによって、メンバー間のコミュニケーションの「中継者」としての役割と、②の特徴から組織の滑らかなコミュニケーションを支える役割を演じるのである。さらに、③の特性は、ゲートキーパーがコミュニケーションの単なる中継者ではなく、情報の取捨選択と解釈を行い、それを組織の他のメンバーに伝える存在であることを表している。そのため、ゲートキーパーによる情報は「編集された情報」としての性格を

強く有する。

4．ゲートキーパーの満たすべき特性

筆者ら［2］は、3節で述べたゲートキーパーの特性をふまえ、ゲートキーパーの満たすべき特性に関する定量的基準を提示している。そこで、(1) 対外部条件、(2) 対内部条件に分けてゲートキーパーの満たす条件をとらえている。ここでは、5節の議論を展開するため、以下4.1節と4.2節を通して筆者らの先行研究を紹介する。

4.1 対外部条件

まず、筆者ら［2］は、ゲートキーパーの有する様々な特性の中で、特に組織外部との「情報の流れの結節点」としての特性に注目し、対外部条件に関する定量的な基準を提示している。そこで、①コミュニケーション・ネットワーク（Communication Network、以下CNと呼ぶことにする）の概念から、②グラフとの類似性を導出し、③グラフの連結性（connectedness）と隣接（adjacency）、分離の性質を記述することによって、ゲートキーパーの特性を満足する対外部条件が橋（bridge）の両端の切断点（cutvertex）であることを論じている。

山下［3］は、組織内部の複数の部門間またはメンバー間のコミュニケーションによって構成されるシステムを、コミュニケーション・ネットワークと呼んでおり、(3) 式のように定義している。

$$\boldsymbol{N} = \{\boldsymbol{X};\ \boldsymbol{\Gamma}\} \qquad (3)$$

ただし、$\boldsymbol{N}$：コミュニケーション・ネットワーク
$\boldsymbol{X}$：n個の部門あるいは同数の個人の集合
$\boldsymbol{\Gamma}$：X^2（Xの直積空間）上での可能なコミュニケーション（写像）

ここで、$\boldsymbol{X}$は、コミュニケーションの主体や対象を表すため、グラフにおける頂点（vertex）の集合に相当する。また、$\boldsymbol{X}$の部分集合x_ιと$x_{\iota'}$との間にコミュニケーションが存在する際、かつその際に限って、$\{(x_\iota, x_{\iota'}) \mid x_\iota \in \boldsymbol{X}$かつ$x_{\iota'} \in \boldsymbol{X}\} \subset \boldsymbol{\Gamma}$とすることは、$x_\iota$から$x_{\iota'}$への経路（path）が存在することを意味する。このような経路は、グラフにおける辺（edge）の集合に相当する。したがって、(3) 式のCNの概念は (4) 式のグラフの一般概念に置換することができる。

$$\boldsymbol{G} = (\boldsymbol{V},\ \boldsymbol{E}) \qquad (4)$$

だだし、　$\boldsymbol{G}$：グラフ
$\boldsymbol{V}$：頂点集合
$\boldsymbol{E}$：辺集合

上で述べたように、コミュニケーションの存在は、辺が頂点と頂点の間を連結（経路の存在）することを意味する。換言すると、(4) 式は、連結グラフとして成立するのである。したがって、少なくとも2つの頂点が接続しなければならない。すなわち、2つの頂点$v_\iota, v_{\iota'} \in \boldsymbol{V}$が同一の辺$e_\iota \in \boldsymbol{E}$で連結され、同一の辺の両端に2つの頂点が隣接することを意味するのである。これに関してより厳密に記述すると、空ではないグラフ$\boldsymbol{G}$のいかなる2つの頂点も辺で隣接されているとき、$\boldsymbol{G}$は連結といい、$\boldsymbol{G}$における頂点$\boldsymbol{V}$の部分集合$U \subseteq V(G)$に対して、頂点の部分集合Uがなす部分グラフG［U］の連結性が成立する。これは部分グラフの連結性を保証する条件であり、グラフ理論に立脚した場合のCN内部の部門もしくは個人の部分集合までコミュニケーションが行われるための必須条件になる（CN内部の連結性）。

上記の隣接性や連結性の条件により、n個の頂点をもつグラフ$\boldsymbol{G} = (\boldsymbol{V},\ \boldsymbol{E})$の隣接行列（adjacency matrix）は、n次正方行列$A(G)$としてその元$a_{\iota\iota'}$は1$\{\iota \neq \iota'$の場合$\}$または0(ι

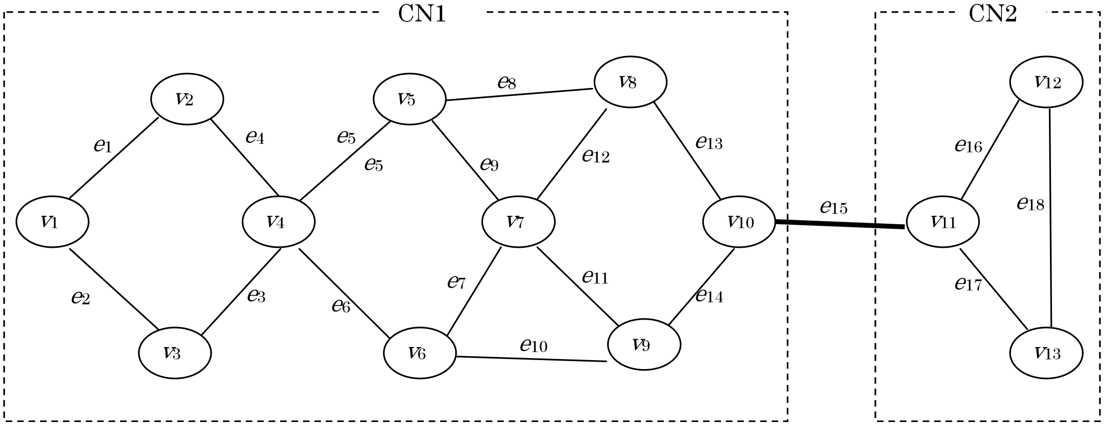

図１　切断点v_4，v_7，v_{10}，v_{11}と橋e_{15}（出所：Diestel［11］をもとに、筆者修正）

$=\iota'$の場合）の値をとる。

一方、$A, B \subseteq V$と$C \subseteq V \cup E$に対して、Gの中の任意のAとBの間の経路がCに属する項点もしくは辺を含む際、CはGにおいてAとBを分離する。

これは$A \cap B \subseteq C$となることを意味し、明らかにCがGにおいて２つの頂点を分離する。このように同一の連結部分グラフに属するものの、異なる２つの頂点を分離する頂点を「切断点」という。また、「切断点」となる頂点を除去しても一般に部分グラフの連結性は保障されるが、部分グラフの連結性を保障する役割を担う辺が「橋」である。すなわち、「橋」となる「切断点」の辺を除去する場合、部分グラフの連結性は失われてしまうのである。

図１において、切断点v_4，v_7，v_{10}，v_{11}のどれを除去しても、CN内部（連結部分グラフ）の連結性は保持されるが、頂点v_{10}またはv_{11}、さらに辺e_{15}が除去されれば、CN1（G1）とCN2（G2）との間の連結性は失われる（当該CN外部との連結性)。

このような連結部分グラフ間の連結性の保つ役割を果たす辺が橋であり、橋という辺に隣接（連結・接続）する両端の切断点が、「ゲートキーパー」に相当する。

すなわち、当該CN（連結グラフ）において、その外部に位置する他のCNとの間の繋がり（橋）の両端（切断点・結節点、図１においてはv_{10}とv_{11}）となっている組織のメンバーが対外部条件を満たすゲートキーパーなのである。これは、３節で述べた「情報の流れの結節点」となる特性をふまえる場合のゲートキーパーの特性、すなわち組織外部との情報の流れの結節点としてのゲートキーパーの特性に整合的である。当然、図１において、CN1の内部が複数の連結部分グラフ（複数のCN）に分離されれば、新たな橋と切断点が生成され、それが組織における新たなゲートキーパーの存在になる。

４．２対内部条件

一方、筆者ら［２］は、CN内部におけるゲートキーパーの役割に注目し、それを定量的な観点から把握するため、情報の分布を捉えている。ここでは通信路行列（channel matrix）$\boldsymbol{P}=(p_{\iota\iota'})$と初期状態ベクトル$\boldsymbol{a}=(a_\iota)$は与えられているものとする。

山下［１］は、情報の分布を次の（5）式のような確率ベクトル$\boldsymbol{w}=(w_\iota)$でとらえ、これを定常分布ベクトルと呼んでいる。

$$\boldsymbol{w}=\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{P}^t \quad (5)$$

ただし、$\boldsymbol{w}=(w_1, w_2, \cdots, w_\iota, \cdots, w_n)$

$\boldsymbol{a}=(a_1, a_2, \cdots, a_\iota, \cdots, a_n)$

(5) 式は、コミュニケーションを無限に繰り返す場合、CN1とCN2のそれぞれにおいて、情報が特定の個人を通る確率を示しており、その確率が大きいほど、情報が集中することを意味する。すなわち、(5) 式は、各メンバーx_ιに情報が伝達され存在する確率（組織内部の情報の分布）を示しているのである。

一方、上記の定常分布ベクトルwはマルコフ連鎖（*Markov Chain*）の状態の分類より、周期的状態と非周期的状態に分けられるため、それぞれの状態に分けてCN内部の情報の分布およびその特性に関して考察してみよう。まず、周期的状態の場合、定常分布ベクトルが収束しないため、確率ベクトル$q(t)$の各要素$q_\iota(t)$の平均をとることにより、情報の分布を捉えることが可能になる。

$$w_\iota=\sum_{t=1}^{n} q_\iota(t)/c \quad (6)$$

ただし、$\boldsymbol{q}(t)=\boldsymbol{aP}^t$

w_ι：定常分布ベクトルの各要素

$q_\iota(t)$：確率ベクトル$\boldsymbol{q}(t)$の各要素

c：周期

wの各要素であるw_iが周期的性質をもつことは、t＞1の整数tに対して、ある情報状態E_ιから$E_{\iota'}$への転移が周期的に回されることを意味する。すなわち、(5) 式からわかるように、$\boldsymbol{w}$が$\boldsymbol{p}$の情報を圧縮するため、CN内部の圧縮されたそれぞれの情報の状態はcの周期で回ることを意味し、その場合、組織内部の同じ情報状態のパターンが定期的に繰り返られるため、ある問題の状態に固有の値をとらない（収束しない）のである。したがって、(6) 式は、情報の周期的流れと中継というゲートキーパーの存在意義や役割を満たす。しかしながら、一般に組織における情報の流れは変動性が大きいため、情報の状態や分布が周期的性質を有する場合は少ない。

これに対して、t次のメンバーιからι'に情報が伝達され存在する確率$p_{\iota\iota'}^{(t)}$において、tが増大すると（時間が十分経つと）、初期の状態E_ιの影響が少なくなり、最終的状態$E_{\iota'}$はE_ιに無関係（独立）になる場合、定常分布ベクトル$\boldsymbol{w}$は収束し、非周期的性質をもつ。

$$\boldsymbol{wP}=\boldsymbol{w} \quad (7)$$

すなわち、t次の通信路行列p^tはtが∞にいく際、極限値となり、行列Pの各行の要素はすべて等しくなる。このような状態が安定的に保持される場合がマルコフ均衡（Markov Equilibrium）である。これは、ゲートキーパーによる情報伝達プロセスや情報分布の特性が、情報の周期性のみではなく、非周期性（情報の変動性や偶然的な中継）にもあることを考慮すれば、(6) 式とともに (7) 式も満足しなければならないことを意味し、(7) 式を満足する場合がより一般的であろう。

また、ゲートキーパーには最も多くの情報が集まるため、そこで、$\iota=\iota*$のメンバーをゲートキーパーとすれば、定常分布ベクトルにおける$\iota*$の要素$w_\iota*$は (8) 式のように表される。

$$w_\iota*=\max(w_\iota) \quad (8)$$

5．定常分布ベクトルの解の存在と位置付け

4節で紹介した筆者ら［2］の研究は、ゲートキーパーの特性を満足するための定量的基準を提示しているものの、特に、対内部条件を満足するための定常分布ベクトル（normal distribution vector）の解の存在を保証することではないため、定量的概念の厳密な構築や、精緻な議論の展開には限界を有する。

そこで、本節では、対内部条件を満足する定常分布ベクトルの解が存在するための条件、すなわち固有値（eigen value）λ が1という解を持つことの保証問題（存在の証明）と、主要解としての位置付けを明らかにすることにより、筆者ら［2］の先行研究の問題点を克服し、新たに4節のような定量的概念を構築する際の厳密なアプローチを下記のように提示していくことにする。

ゲートキーパーの対内部条件を満足する定常分布ベクトル、すなわち（9）式の零ベクトルではないwの解が存在するとすれば、（10）式から（12）式に置き換える過程からわかるように、$\boldsymbol{w}$の解は固有方程式｜$P'-\lambda \mathrm{E}$｜が0の際、固有値λが1としたときの固有ベクトルになる。

$$\boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{P}=\boldsymbol{w} \tag{9}$$

（(7) 式と同一）

ここで、右辺のwを左辺に移動すれば、（10）式となる。

$$\boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{P}-\boldsymbol{w}=\boldsymbol{0}\ \text{（零ベクトル）} \tag{10}$$

左辺の第2項のwと単位行列Eの積をとっても、（10）式の本質は変わらなく、wで分解すると、（11）式の通りである。

$$\begin{aligned} &w\cdot P-w\cdot E \\ &=w\cdot(P-E)=0 \end{aligned} \tag{11}$$

ここで、λを1とおくと、（12）式となる。

$$\begin{aligned} &w\cdot P-w\cdot E \\ &=w\cdot(P-\lambda E)=0 \end{aligned} \tag{12}$$

したがって、繰り返しになるが、（12）式を満足する零ベクトルではないwの解は、固有方程式｜$P'-\lambda E$｜＝0の固有値λを1としたときの固有ベクトルである。しかしならが、（12）式のみでは、λが1となる保障と主要解としての位置付けが不明確である。

そこで、N次正方行列であるPと、同様にN×Nの単位行列であるEをふまえ、｜$P'-\lambda E$｜＝0をその要素に明記して記述すると、（13）式となる。

さらに、（13）式の行列式の各行を全て第1行に加え、$\sum_{\ell'=1}^{n} p_{\ell\ell'}=1$の性質をふまえると、（14）式が成立する。

一方、n次正方行列$A=(a_{\ell\ell'})$に対して、巡回置換とn次交代群の性質により、（15）式の行列式の定義が成立する。

$$\sum_{\delta\in \mathrm{Sn}} sign(\delta)\, \mathrm{a}_{1\delta(1)}\, \mathrm{a}_{2\delta(2)} \cdots \mathrm{a}_{n\delta(n)} \tag{15}$$

ただし、Sn：n！個の置換全体の集合

$sign$（δ）：置換δの符号

$$sign(\delta)\begin{cases} 1 & \delta\in An \\ -1 & \delta\notin An \end{cases}$$

$$|P'-\lambda E|=\begin{vmatrix} P_{11}-\lambda & P_{21} & P_{31} & \cdots & P_{N1} \\ P_{12} & P_{22}-\lambda & P_{32} & \cdots & P_{N2} \\ P_{13} & P_{23} & P_{33}-\lambda & \cdots & P_{N3} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ P_{1N} & P_{2N} & P_{3N} & \cdots & P_{NN}-\lambda \end{vmatrix}=0 \tag{13}$$

$$|P'-\lambda E| = \begin{vmatrix} 1-\lambda & 1-\lambda & 1-\lambda & \cdots & 1-\lambda \\ P_{12} & P_{22}-\lambda & P_{32} & \cdots & P_{N2} \\ P_{13} & P_{23} & P_{33}-\lambda & \cdots & P_{N3} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ P_{1N} & P_{2N} & P_{3N} & \cdots & P_{NN}-\lambda \end{vmatrix} = 0 \qquad (14)$$

（15）式において、ある行や列の全ての要素が0となると、行列式も0になる。したがって、（14）式において、λが1の値を有する際、固有方程式$|P'-\lambda E|$は明らかに0になる。
自明に1は一つの固有値である。

一方、固有値の定義[1.1]により、通信路行列$P \in F$に対して、その全ての固有値は（16）式を満足する。

$$Px = \lambda x \quad かつ \quad x \neq 0 \qquad (16)$$

（16）式を要素ごとに書き直すと（17）式となる。

$$\sum_{\iota'=1}^{n} p_{\iota\iota'} x_{\iota'} = \lambda x_{\iota} \qquad (17)$$

ここで、$M=\max|x_{\iota'}|$とおけば、Frobeniusの固有値定理[1.2]とKolmogorov不等式[1.3]により、（18）式が成立する。

$$|\lambda| M \leqq M \sum_{\iota'=1}^{n} p_{\iota\iota'} = M \qquad (18)$$

したがって、（18）式により、$|\lambda| \leqq 1$となり、最大固有値は1であることが確認される。他の固有値は、全て$|\lambda_{\iota}| < 1$（ただし、$\iota \geqq 1$）の値をとる。

以上のように、通信路行列における行の和が1であることに注目し、①通信路行列の固有値には、常に$\lambda=1$の解が存在すること②λの1の値は最大固有値になることを証明した。これにより、$t \to \infty$にした定常分布ベクトルを求める際、通信路行列の最大固有値（$\lambda=1$）に対する固有ベクトルの、和が1になるような基準化が可能となる。

また、定常分布ベクトルの算出が容易になるとともに、その際に求めようとする解が保証され、このような利点は、とりわけ通信路行列のサイズが大きいときに顕著であろう。さらに、5節の議論は、4節のように定量的基準を構築する際のより厳密なアプローチの基盤や数理的な根拠を提供するのであろう。

6．おわりに

筆者らの先行研究［2］では、組織における情報の流れに注目し、その際に中心的役割を果たす「ゲートキーパー」(gatekeeper）の満たす特性に関する定量的基準の提示を試み、山下［1］のコミュニケーション・ネットワーク（communication network）の定義を出発点にし、「ゲートキーパー」の満たす条件を対外部条件と対内部条件に分類してとらえた。すなわち、(1）対外部条件に関して、「ゲートキーパー」が組織外部との情報の流れの結節点となることをふまえ、ゲートキーパーは、グラフ理論（graph theory）におけるブリッジ（bridge）の両端の切断点（cutvertex）に相当する組織のメンバーであるという定義を行った。次に、(2）対内部条件に関しては、最も多くの情報が集まりその情報を他のメンバーに伝達するという情報中継者としての「ゲートキーパー」の特性をふまえ、また情報理論とマルコフ連鎖（Markov Chain）に基づき、定常分布ベクトル（normal distribution vector）の要素が最大になる組織のメンバーが対内部条件を満たすゲートキーパ

ーであるという定義を試みた。これにより、ゲートキーパーの特性と定義に関して、相対的に厳密な形での定量的基準を提示することができ、組織のコミュニケーションの構造を簡潔に把握することが可能な一つの研究方向性を提示した。

しかしながら、筆者らの先行研究［2］は、ゲートキーパーの特性を満足するための定量的基準を提示しているものの、特に、対内部条件を満足するための定常分布ベクトルの解の存在を保証することではないため、厳密な定量的概念の構築や、精緻な議論の展開には限界を有していた。

そこで、本研究では、新たにゲートキーパーの対内部条件を満足する定常分布ベクトルの解が存在するための条件、具体的には固有値（eigen value）λが１という解を持つことの保証問題（存在の証明）と、それが主要解として最大値になることを明らかにし、一般の組織論から情報的観点に立脚してゲートキーパーに関する研究を展開する際の、また定量的基準を構築する際の厳密かつ新たな研究アプローチの可能性を開拓した。さらに、このような本研究の議論により、複雑な定常分布ベクトルを求める際、通信路行列の最大固有値（$\lambda=1$）に対する固有ベクトルの、和が1になるような基準化が可能となり、定常分布ベクトルの算出が容易になるとともに、その際に求めようとする解が保証される。このように、本研究の議論は、定量的基準を構築する際のより厳密なアプローチの基盤や数理的な根拠を提供するとともに、解の導出の簡素化にも寄与するのであろう。

（本研究は文部科学省オープンリサーチセンター整備事業「クォリティ志向型人材育成とスマートビジネスコラボレーション　－経営品質科学に関する研究－」の研究活動の一環として行われたものである）

脚　注

1.1 体（field）F上の線型空間V上の線型変換$f: V\rightarrow V$に対して、$f(a)=\lambda\cdot a$かつ$a\neq 0$となる$a\in V$が存在するとき、λをFの固有値（eigenvalue, $\lambda\in F$）、aを固有ベクトル（eigenvector）と定義する。一方、体とは、和と積の演算が定義されており、和に関して交換可能な群（単位元は０）をなすとともに、0を除き、積に関して群（単位元は１）をなす集合である。また、和と積の演算に関して分配律を満足する。しかし、積に関して交換可能性の保証を持たない。

1.2 非負の要素をもつ正方行列$A=(a_{\iota\iota'})$は次の性質を有する。

(1) Aは非負の固有値をもち、それらの中で最大のものをλ_0とすれば、λ_0に対応する固有ベクトルで、その全ての要素が非負のものが存在する。このλ_0をAのプロベニウス根と呼ぶ。

(2) Aの他の固有値λ_iに対して$\lambda_0\geqq|\lambda_i|$

(3) Aの行和を$r_i=\Sigma a_{\iota\iota'}$、列和を$q_{\iota'}=\Sigma a_{\iota\iota'}$とすれば、$\min r_i\leqq\lambda_0\leqq\max r_i$, $\min q_i\leqq\lambda_0\leqq\max q_i$

(4) $A\geqq B\geqq 0$ならばBの固有値μに対して $\lambda_0\geqq|\mu|$

(5) $0\leqq\beta<1/\lambda_0$ならば（$\lambda_0=0$のときは$\beta\geqq 0$ならば）、$I-\beta A$は非負の逆行列 $(I-\beta A)-1$を有する。さらにn→∞の際、$(\beta A)^n$は零行列に収束し、$(I-\beta A)-1=I+\beta A+\beta^2A^2+\cdots$と表すことが可能である。

(6) λ_0に対応する固有ベクトルで、その全ての要素が正のものが存在する。逆に、全ての要素が非負の固有ベクトルとして持つ固有値はλ_0のみである。

(7) $\lambda_0>0$かつλ_0はAの固有値の単根である。

(8) $\min r_i<\max r_i$ならば$\min r_i<\lambda_0<\max r_i$、$\min q_{\iota'}<\max q_{\iota'}$ならば$\min q_{\iota'}<\lambda_0<\max q_{\iota'}$

(9) $A\geqq B\geqq 0$で、μをBのある固有値とした際、$\lambda_0=|\mu|$ならば$A=B$

(10) A^nの全ての要素が正となるような整数nが存在する。

(11) $0<\beta<1/\lambda_0$ならば、$(I-\beta A)-1$の要素は

全て正である。

1.3 nステップ通信路行列$p_{\iota\iota'}$について、ι'を固定しιに関する最大値・最小値をnの関数ととらえ、
$M_n = \max p_{\iota\iota'}^{(n)}$、$m_n = \min p_{\iota\iota'}^{(n)}$ とおけば、
$p_{\iota\iota'}^{(n)} = \Sigma p_{\iota k}^{(n)} p_{k\iota'}^{(n-1)} \leqq M_{n-1} \Sigma p_{\iota k} = M_{n-1}$
となるため、$M_n \leqq M_{n-1}$が得られる。
したがって、$M_0 \geqq M_1 \geqq M_2 \geqq \cdots \geqq M_n \geqq \cdots$・。
同様に$m_0 \leqq m_1 \leqq m_2 \leqq \cdots \leqq m_n \leqq \cdots$が成立する。

〈参考文献〉

［1］山下洋史：『情報管理と経営工学』，経林書房，pp.142-154，1999年

［2］鄭年皓：「組織におけるゲートキーパーの特性に関する研究」，日本経営システム学会第37回全国研究発表大会講演論文集，pp.184-187，2006年

［3］山下洋史：「組織コミュニケーションの定量的分析モデル」，『経営行動』，Vol.8，No.1，pp.66-70，1993年

［4］山下洋史：“組織における情報共有と知識共有の概念を基礎としたマネジメント・モデル”，明治大学博士（商学）学位論文，2004年

［5］西尾実，岩淵悦太郎，水谷静夫編：『岩波国語辞典（第５版）』，岩波書店，1994年

［6］高津信三：「システム思考」(高原康彦，中野文平編『経営システム』第１章)，日刊工業新聞社，2001年

［7］von Bertalanffy, L：*General Systems Theory-Foundation, Development, Application*, George Braziller，1968 (長野敬，太田邦昌：『一般システム論』，みすず書房，1973年)

［8］山下洋史：“WWWアライアンスに関する研究”，第28回日本経営システム学会講演論文集，pp.67-70，2002年

［9］金子勝一，松丸正延，山下洋史：“WWWアライアンスとGlobal e-SCM”，第29回日本経営システム学会講演論文集，pp.159-162，2002年

［10］金子勝一，山下洋史，鄭年皓“「経営情報学的ネットワーク研究」試論”，第36回日本経営システム学会講演論文集，pp.156-159，2006年

［11］Diestel, R：*Graph Theory*, 2nd ed., New York, Springer-Verlag, 2000（邦訳：ディーステル著、根上生也・太田克弘訳『グラフ理論』，pp.12-13，シュプリンガー・フェアラーク東京，2000年）

［12］長岡亮介：『線型代数学』，放送大学教育振興会，2004年

［13］森村英典，高橋幸雄：『マルコフ解析』，pp.277-278，日科技連，1979年

［14］南敏：『情報理論』，産業図書，1988年

［15］山下洋史：『情報管理の基礎』，東京経済情報出版，2007年

［16］福島正俊，竹田雅好：『マルコフ過程』，培風社，2008年

［17］伊理正夫，古林隆：『ネットワーク理論』，日科技連，1976年

［18］落合豊行：『グラフ理論入門』，日本評論社，2004年

［19］Papoulis, A and Pillai.S.U：*Probability, Random Variables and Stochastic Processes,* 4th ed., Singapore, International Edition, McGraw-Hill, 2002

［20］Tsutomu, H：“Three steps in knowledge communication：the emergence of knowledge transformers”, *Research Policy*, Vol.32, pp.1737-1751，2003